

第十六章.电磁场理论的基本概念。

让我们还是先回顾一下已经学过的知识。

对于电磁现象，尽管我们仍然还是从力学的角度来理解各种各样的物理对象以及物理过程，但最关键的是引入了场的概念，首先我们引入了静电场，是由静止电荷所激发出来的，是不能离开电荷而单独存在的。然后我们应用牛顿力学的方法，从电场对电荷的力学作用的角度，刻画了电场的一般性质。至于稳恒电流，则是静电场中的电荷定向运动。后来我们把磁现象理解为由电流所产生的。由此得到电流产生磁场，而磁场又能产生电流与电场的一系列规律，其中涡旋电场的概念更是强调了场的独立的物质性。这些已经提示我们，在电磁现象中，场扮演着更为重要的角色，从场的观念出发，能得到关于电磁现象的更深刻的理解。

麦克斯韦电磁场理论正是全面地阐明了电磁现象基于场的统一性。

麦克斯韦电磁场理论的基本概念。

从上面的回顾，可以看到，已经出场的角色是静电场，电流，变化磁场，和涡旋电场。麦克斯韦最关键的贡献就是引入了最后一个关键角色—变化的电场，他认为不止是静电场中的稳恒电流能产生磁场，变化的电场更应该能产生磁场，只不过不太容易被观察到而已。这个关键性的观念直接导致了麦克斯韦电磁场理论—可以说是牛顿力学后，物理学历史上的第二个人类理性的辉煌胜利。

把变化的电场作为一个电磁现象中的角色，关键就是把变化的电场也看成一种电流，这就是麦克斯韦提出的位移电流的概念。

回顾一下我们已经学习过的两种电流形式—传导电流和运流电流。传导电流是电荷定向地传递相互作用，而运流电流则是电荷自身的宏观定向运动。这两种电流都可以通过静电场来产生，但无法用来描述变化的电场所传递的相互作用，而通过变化的电场来传递相互作用却是我们还没能加以描述的物理过程。

电流本身就在一些情况下需要通过变化的电场来传递相互作用，最典型的例子就是包含电容的闭合电路。

我们知道电容本身是不可能传导电流的，但接入电容器的闭合电路并不就是等于断开了电路。电容器仍然起到了传递相互作用的作用。这种相互作用体现在电容器的充电与放电的过程中。无论是充电还是放电，在电容器的极板之间的空间中出现了变化的电场，这个变化电场通过储存和放出能量来响应电路中的电流变化。如果我们考虑这个变化电场的电通量的时间变化率，就会发现总是和电路中的电流大小相等。而电位移矢量的时间变化率的方向总是和电路中的电流的方向一致，那么我们很自然地就可以把这个变化的电场看成一种等效的电流，而整个电路的电流就没有因为电容的缘故而断开，而是仍然保持连续性。因此我们定义这种电流的电流强度为：

$$I_d = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

称为位移电流强度。

定义这种电流的电流密度为：

$$\mathbf{d}_d = \frac{d\mathbf{D}}{dt}$$

称为位移电流密度。也就是说称这种电流为位移电流。

进一步我们把所有的三种电流统一起来，称为全电流，即这三种电流的代数和。在电路上的任何地方，我们总是需要从全电流开始考虑，只有在全电流的意义上，电流的连续性才是在任何情况下都成立的。

然后类似于传导电流和运流电流，位移电流也应该在环绕电流方向的空间产生磁场，而且也应该遵循安培环路定律，因此有

$$\oint H dL = I_d = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

其中H为位移电流所产生的感生磁场的磁场强度。

这个推广的安培环路定律的物理含义就是位移电流在围绕电流方向的空间产生磁场，磁场强度沿着这个磁场中任意回路的线积分，等于这个回路所包含的位移电流的电通量的时间变化率。而回路内的电位移矢量的时间变化率的方向，也即位移电流的方向与磁场强度的环绕方向符合右手法则。

从本质上来看，电流无非就是电场的能量和其他能量形式之间的转换过程中出现的运动现象，而一种具体的电流形式意味着什么样的能量转换并非总是一样的。在一种具体的电介质或导体中出现什么样的电流，也是由具体条件决定的。对于传导电流和运流电流，一般只是在导体中出现，通过纯电阻电路时，电荷粒子与导体结构发生碰撞，就转换为热能了，而位移电流则主要在电介质中出现，因为在电介质中不会出现实物粒子自由运动的情况，也就不会出现与热能有关的情况。

最后我们归纳一下在引入涡旋电场和位移电流以后，所有的刻划电场与磁场以及电磁之间的转换的物理规律：

首先是刻划电场的高斯定理和刻划磁场的高斯定理，这两条分别刻划了电场和磁场的物理特征：

$$(1) \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q$$

$$(2) \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

这是在电场和磁场分别单独存在时所表现的性质。

然后就是电场与磁场相互以环路正交的形式产生的描述，就是两个环路定律：

$$(3) \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

这个公式为电场的环路定律，描述了电场中的环流，在静电场的情形下为0，在涡旋电场的情形下，则等于环路所包围的空间中的磁通量的时间变化率。

$$(4) \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I + \frac{d\Phi_e}{dt}$$

这个公式为磁场的环路定律，描述了磁场中的环流，等于环路中所包围的全电流。

这四个公式就称为麦克斯韦方程组的积分形式。

电磁波的辐射和传播。

麦克斯韦电磁场理论所导致的最伟大的成就，就是预言了电磁波的存在，即独立于电荷而存在的在空间传播的一种能量形式。

设电磁波的波源为一个振荡电偶极子，它的振荡圆频率为 ω ，则得到它的电矩为

$$p = p_0 \cos \omega t$$

根据麦克斯韦方程组可以推出，在各向同性的介质中远离电偶极子的任意一点P处，在时刻t的电场强度和磁场强度：

$$E = \frac{\omega^2 p_0 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 v^2 r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{v} \right)$$

$$H = \frac{\omega^2 p_0 \sin \theta}{4\pi \nu r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{\nu} \right)$$

其中 r 为电偶极子到该点的位置矢量的大小， θ 为电磁波沿着位置矢量传播的方向与电偶极子的轴线的夹角， ν 为电磁波在这种介质中的波速。由于 P 点远离电偶极子，所以电磁波的波面在此处近似于球面，上面的方程就是球面电磁波的方程。

如果在离开 P 的远处，小范围内 θ 的变化极小，就可以把球面的电磁波方程简化为平面电磁波方程：

$$E = E_0 \cos \omega \left(t - \frac{r}{\nu} \right)$$

$$H = H_0 \cos \omega \left(t - \frac{r}{\nu} \right)$$

因此可以得到：

- (1) 电磁波在传播过程中，电场强度与磁场强度都遵循简谐波方程，位相相同，在空间任一位置，两者的大小满足关系：

$$\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H。$$

- (2) 电场强度与磁场强度相互垂直，同时与传播方向相反，即电磁波为横波。
 (3) 电磁波在传播过程中，电场强度和磁场强度都保持自己的振动方向，这种性质称为偏振性。
 (4) 电磁波的传播速度由媒质的介电系数与磁导率决定：

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}。$$

- (5) 振荡电偶极子所辐射的电磁波的频率和电偶极子本身的频率相同，电场强度和磁场强度的振幅与频率的平方成正比。
 (6) 由电场和磁场的能量体密度，可以得到电磁场的能量体密度：

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon E^2 + \mu H^2)，$$

则以速度 ν 传播的电磁波在单位时间内通过单位垂直面积的辐射能量，也即辐射强度的大小为：

$$S = E \cdot H$$

考虑到辐射传播的方向，定义辐射强度为矢量，而传播方向与 E 和 H 的方向相互垂直，因此可以应用矢量乘法：

$$S = E \times H。$$

辐射强度矢量称为坡印廷矢量。

- (7) 对于振荡电偶极子，可以得到辐射强度为：

$$S = \frac{\mu \omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{(4\pi)^2 \nu r^2} \cos^2 \omega \left(t - \frac{r}{\nu} \right)。$$

平均辐射强度为：

$$\bar{S} = \frac{\mu \omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{2(4\pi)^2 \nu r^2}。$$

- (8) 把辐射强度在波面上积分可以得到振荡电偶极子的总功率，即辐射功率：

$$P = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{6\pi v} \cos^2 \omega \left(t - \frac{r}{v} \right)$$

相应的平均辐射功率为：

$$\bar{P} = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi v}$$

这个公式被称为拉莫尔公式。

振荡电路。赫兹实验。

振荡电偶极子能产生电磁波，另一个产生电磁波的例子是运用振荡电路发生电场振荡，电场振荡向空间发出电磁波。

最简单的振荡电路就是由电容和电感串联为一个回路得到。而这种电路最简单的情形就是在振荡过程中不存在阻尼，从而产生无阻尼的自由振荡。

所谓无阻尼，就是电流能量在电路中，只有电场能量与磁场能量的相互转换，而不发生能量的损耗，例如转变为热能，也就是说电路不存在电阻，或者是辐射发散到空间中去。这样就可以写出振荡方程为：

$$-L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$$

从而求出电流解：

$$I = -I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

正是典型的波动方程。

由于振荡电路的圆频率为：

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

可以看到无阻尼自由振荡的周期和频率都完全由电路本身的属性决定。

如果分别考虑电路的电场能量和磁场能量，可以得到：

电场能量为：

$$w = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi)$$

磁场能量为：

$$w = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi)$$

从而得到总能量为：

$$w = \frac{Q_0^2}{2C}$$

可以看到电路的不同能量形式的组分随时都在发生变化，而总能量不变。

如果电路中存在某种损耗，例如由于电阻的存在，而使得电路的能量转换为了热能，或者由于能量以电磁波的形式向空间散发了，就使得电路中的电流振幅或电荷振幅都随着时间而减小，这就是阻尼自由振荡。

如果在进行阻尼振荡的同时，通过某种方式给电路补充能量，就有可能使得电路的电流振幅保持不

变，这时，就是所谓的受迫振荡。

对于作阻尼振荡的L-C回路，补充能量的方式可以是在回路中接入一个周期性变化的电动势 $e_0 \sin \omega t$ ，因此而得到振荡方程为：

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e_0 \sin \omega t$$

解出稳定电流解为：

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

$$I_0 = \frac{e_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{e_0}{Z}$$

其中

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}。$$

可以看出，电流的频率等于外加电动势的频率，两者的位相差由电路的属性以及外加电动势的频率决定。

通过改变外加电动势的频率，就可以使得电流与外加电动势之间的位相差为0，这就意味着电路的电流振幅达到最大，这种状态称为电共振。

根据发生电共振的条件可以得到相应的外加电动势频率，也就是共振频率应该是

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}，$$

这时得到电流振幅为 $\frac{e_0}{R}$ 。

如果外加电动势的频率无法调节，那么通过调整电路的电容或电感也同样能达到获得电共振的目的，特别是如果加在回路中的外加电动势同时存在不止一个频率，要想选择其中一种频率，使得回路和这种频率发生电共振，就可以通过调节电路的电容或电感来达到目的，这就是我们在调节收音机或电视机，以便接收到选择的电磁波频率时，所作的事，称为调谐。

最早的接收电磁波实验是赫兹实验，赫兹采用了直线形的振荡电路，使得由振荡电偶极子和感应圈组成的回路产生的振荡电磁场，能够向空间辐射，而不是局限在电容器和自感线圈内，然后用另一个放置在附近的没有接入感应圈的电偶极子来接收电磁辐射，实际上就是辐射使得接收电偶极子产生受迫振荡，通过调节接收电偶极子的电容，可以使得两个电偶极子发生电共振。这样直接通过这个实验演示了电磁波的存在与传播，并且进而揭示电磁波的波动性质。

电磁波谱。

对自然现象拥有统一而简单的理解，一直是人类孜孜以求的目标，而电磁场理论的辉煌成就就是通过电磁波统一了广泛而多样的现象，今天我们已经知道可见光和通过振荡电路产生的电磁波仅仅只是整个电磁波波谱的极小部分，而更多的部分具有更专门而奇异的性质。