

第九章.静电场

除了在我们日常生活中广泛使用的家用电器具以外，从表面上看起来，自然界里的电磁现象不很多，然而真相却是除了自由落体的现象以外，我们在日常生活里观测到的现象，几乎绝大多数的背后都是电磁作用。实际上电磁作用在我们日常观察到的自然现象里的广泛性现象似乎远比我们平常意识到的多得多。

因此尽管对电的现象的观察一直伴随着人类的文明史，但正确的理解电的现象却是到了牛顿力学发展成熟以后才有可能。为什么呢？这是同学们学习电磁学首先应该意识到的一个问题。也就是说，我们应该能够体会到在经典物理学里牛顿力学实际上提供了最基本的思想方法，贯穿了整个我们对自然界的理解。因此也是我们学好物理学的关键。

对于电的现象，既然是从力学的角度出发来研究，那么我们最先处理的自然就是体现为空间运动的电的作用。对于这一类现象里的运动，我们把力的来源定义为物质自身的一种基本属性，这就是电荷的概念。

电荷。

对于电的相互作用这样一种不需要直接的接触就可以发生的力，就和我们把万有引力的缘故归结为物质自身的一种属性—引力质量一样，也把电的相互作用归结为另一种物质的基本属性，那就是电荷。

但是和引力质量的情况不同的是，实际的现象表明电荷有两种，因为力的作用形式是两种，即吸引和排斥，而万有引力发生作用时，只有吸引一种情形，因此质量只有一种，而电荷却有两种，这两种电荷对于同一个对象的作用是相互抵消的，因此历史上人们任意地指定了其中的一种为正电荷，另外一种为负电荷。而千万不要误认为电子就非得是带负电的不可。

这里请同学们不妨自己作一个小小的推导，即为什么从静电荷的吸引与排斥两种作用方式出发，最自然地得到电荷分为两种这个结论。很多人常常忽略这么一个小问题，实际上这是锻炼自己思维能力的一个好机会。

今天已经知道电荷确实是自然界物质的一种基本属性，而且还具有我们首次遇到的所谓量子性，也就是说电荷具有一个基本的不可分割的数量单位，我们称电荷的数量为电量，电量是以物质的一个基本成分—电子的电量为最小单位的。

正是因为电荷的这种基本性，所以很自然地我们可以理解存在一个守恒定律，即电荷守恒定律，意思是在一个不与外界发生电荷转移的系统中，全部电荷的代数和是不变的。

电场。

电荷之间的相互作用，具有一个与我们已经很熟悉的力学里的各种力的作用完全不同的特征，那就是带电荷的物体发生相互作用并不需要相互接触，这种跨越空间的相互作用曾经困惑了无数人，最终人们终于意识到需要引入一种崭新的物理观念，才能最简洁而自恰地解释所有有关现象。这就是场的观念。在这里，也就是我们要讨论的电场的概念。

尽管电场是一个抽象的概念，但只要我们把握住一个关键的思想，即我们对于自然的任何事物，只能通过对这个事物的观测来获得对它的描述，以及对它的实质的理解。那么我们就可以很快的适应处理这种物理对象。

既然电荷之间的作用，可以表现为电场之间的作用，那么不妨认为是电荷激发了相应的电场，再通过电场对另外的电荷发生作用，这样我们就建立了一个基于接触作用的物理图象。

首先，我们考察电的相互作用中观察到的力。而力是我们完全能够通过测量来加以把握的物理量。

库仑定律。

我们要研究一个物理过程，总是把我们所要关心的主要要素抽象出来，而把其它的次要因素忽略掉。要研究电的相互作用现象里的力，最简单的情形就是取两个带电荷的质点，即所谓的点电荷，在排除任何

的其它影响的情况下，研究它们之间的作用力。

从这样一个思路出发，很早以前，人们就进行了实验，特别是库仑通过精确的实验，得到一个有关两个相对静止的点电荷之间的作用力的一般定律，即库仑定律：

两个静止的电荷相互排斥或吸引的力，与两个电荷的距离的平方成反比，与两个电荷的数值的积成正比。作用力的方向沿着两个电荷的连线。

可以简洁地用公式表达出来，类似于万有引力公式：

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

对这个公式须注意：

- (1) k 和这两个电荷所处的电介质的介电常数有关。
- (2) 注意力 F 的符号，规定两个电荷同号时， F 大于0，表示排斥力，两个电荷异号时， F 小于0，表示吸引力。
- (3) 库仑定律适用的是点电荷，力的方向沿着这两个点电荷的连线。
- (4) 如果考虑多个点电荷对一个点电荷的作用，则分别计算每个点电荷对它的作用，矢量的加法加起来即可。对于多个点电荷之间的作用力，则须计算两两之间的作用力，分别进行叠加即可。可以想象，对于电荷连续分布的带电体，就需要根据具体情况进行积分运算的了。

电介质的影响。

由于物质结构在原子的层次上，完全是一种电性的结构，因此当电场中存在电介质时，必然对电荷之间的相互作用产生影响。在库仑定律中的比例常数 k 就是表征电介质的属性的。

在真空中， k 可以表示为 $\frac{1}{4\pi e_0}$ ，其中 e_0 称为真空的介电常数。

在非真空的情形，一般电荷的相互作用非常复杂，因为它们受到了电介质中间的极化电荷的作用以及电介质本身弹性形变的作用，不过，我们一般处理一种比较简单的情形，即电荷是处于无限大的均匀介质中，这样刻划介质就有一个物理量—相对介电常数 e_r ，使得两个点电荷之间的相互作用力比它们在真空中的相互作用力小 e_r 倍，这样库仑定律就可以写为：

$$F = \frac{1}{4\pi e_0 e_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi e} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

其中 e 被称为电介质的介电常数。

电场强度。

通过库仑定律我们已经描述了电荷之间的力的相互作用，这种相互作用被认为是通过电场的传递而发生的。反过来我们就可以把库仑定律看成电场的力学性质的表征，这样我们实际上就是把电场本身看成一种物质的存在形式，它具有对任何处于其中的电荷具有力的作用，要描述电场的这种属性，我们引入一个物理量—电场强度。它的定义为：

一个检验电荷在电场的某个位置所受到的力与其电量之比，称为电场在该位置的电场强度。

用矢量表达就是：

$$E = F/q$$

这个定义中的所谓检验电荷是指我们在实际测量中，要求这个电荷本身的电量不是太大，以至于影响了电场本身的分布。

为什么需要加上这么一个限制呢？因为在这个定义中我们把电场本身作为测量对象，而检验电荷作为我们的测量工具，要测量的电场强度是作为电场本身的一种物理属性，不应该被测量工具所影响。

然而实际上不会存在绝对的不影响，因为要使得电场对检验电荷发生作用，从而我们能进行测量，同时就必定存在检验电荷对电场发生了作用，这种作用必定也就改变了原来电场的场强分布，这是不可避免的。

那么在我们的定义中，就只有强调尽量取小的检验电荷，并且忽略检验电荷对原电场的影响。

同学们应该认真体会到电场强度这个概念是纯粹从对电荷的作用力的角度描述了电场这么一个抽象的物理对象，这个定义表明电场是一种在空间分布的能够对电荷产生作用的“物理量”。

一般说来，这个物理量是空间位置与时间的函数，不过对于我们目前所讨论的静电场，电场强度不随时间发生变化。

既然电场强度是刻划电场的力的作用，那么力的叠加原理在这里就一定具有某种表现形式，这就是电场强度的叠加原理：

每一个电荷所激发的电场都是独立的，都是只由其激发电荷本身决定的，不会因为其它电荷的作用而发生变化，这样在一个电场中的某一个位置上的电场强度是组成这个电场的各个电荷在单独存在时所产生的电场强度的矢量和。

电场强度的计算可以直接从库仑定律得到，即对于一个电量为 q 的点电荷，其电场强度为：

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\mathbf{q}}{r^2}$$

对于多个电荷所激发的电场，电场强度的计算就是求矢量和：

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\mathbf{q}_i}{r^2}$$

很自然，对于具有连续分布的电荷的带电体，求和就变成了积分：

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{d\mathbf{q}}{r^2}$$

下面我们更具体的讨论一下电场强度的计算步骤：

(1) 电荷连续分布时的电场强度：

根据电场强度的叠加原理，进行矢量的积分：

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{d\mathbf{q}}{r^2}$$

这里的关键就是需要应用微元法把带电体分成点电荷元，计算某一个点电荷元在某个位置所产生的电场强度，然后在这个位置分别按坐标轴方向来对所有点电荷进行标量积分，最后就可以求出合场强。其方向余弦决定了合场强的方向。

(2) 带电体在电场中所受到的力：

如果带电体可以看成点电荷，则可以直接应用电场强度的定义计算其所受到的力的作用。

如果是一个电偶极子，则其在均匀电场中会受到力矩的作用：

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

特别的，我们应该通过自己动手推导来记住一些特定的计算电场强度的公式，比如真空中无限长均匀带电的直线附近各点的电场强度，真空中无限大均匀带电的平面附近各点的电场强度等等。

电力线。

从电场强度的定义对电场的刻划，我们可以看到电场实际上就是表示在空间的每一个点上存在一个确定的矢量，这个图象可以单纯从几何上来看，也就是说，我们可以把电场看成是充满了线条，在每一点处的线条的切线方向表示了该点处的电场强度的方向，在该点处通过垂直于该点的电场强度的方向的单位面积的电力线的数目就定义为该点电场强度的大小，我们把这样的线条称为电力线。电力线从几何直观上就很好地描述了电场的电场强度的分别情况。

电力线是法拉第的卓越直观的结果，它是人类第一次提出的场的概念的雏形。今天我们仍然需要利用这个图象来把握一些刻划电场的概念，而且从直观的意义上来讲，我们应用电力线的概念可以掌握电场的一些基本特点：

(1) 任意两条电力线不会在没有电荷的地方相交，因为在电场中任意非电荷存在的位置都不会有一个以上的电场强度方向。。

(2) 电力线不会形成闭合曲线，它总是从正电荷出发（或来自无穷远处），到达负电荷（或延伸到无

穷远处)。

(3) 电力线的疏密程度表示电场强度的大小，电力线密的地方电场强度就大，电力线疏的地方电场强度就小。

电通量。

进一步应用电力线对电场的描述，我们可以得到刻划电场中与电场强度相对应的广延量，就是说定义通过垂直于电场强度的方向的任意给定面积的电力线的数目的代数和，为通过该面积的电通量。

电通量的一般计算公式是：

$$\Phi_e = \int_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_s E \, ds \cos\theta$$

对于这个公式需注意：

(1) 电通量是标量，所谓代数和，是指电力线穿过给定面积可以有两个不同方向，指定其中一种方向为正，相反的方向就为负，加起来计算代数和，因此电通量是有符号的。

(2) 如果电场不均匀，则上面公式中的电场强度是空间位置的函数。

(3) 如果在一个封闭曲面上取一面元，则规定其正法线方向由曲面内指向曲面外，这样在电力线穿出的地方，电通量大于0，在电力线穿入的地方，电通量小于0。

高斯定律。

从电场的电力线几何图象所得到的最重要的刻划电场的定律是高斯定律。它深刻地揭示了电荷与静电场的相互关系，并且从直观上来讲，也是我们能很容易接受的。

把电场考虑为充满电力线的空间，那么高斯定律可以表叙为：

在真空中的任意静电场中，通过任意闭合曲面的电通量等于这个闭合曲面所包围的电荷的代数和乘以 ϵ_0 的倒数。应用微积分表达出来就是：

$$\oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

这个定律刻划了静电场的一个基本性质，就是为有源场。从而深刻的表明了电场不能无中生有，也不会自生自灭，它和电荷具有不可分割的关系。

进一步这个定律还给出了静电场中通过一个给定封闭曲面的电通量和这个封闭曲面内部的总电荷的数量关系。

应用高斯定律可以在许多情形下非常方便地求电场强度。这时我们必须注意几点：

(1) 一般在电荷分布具有某种对称性时，应用高斯定律来求电场强度。

(2) 在给定的电场中取假想的封闭曲面—高斯面时，必须使得高斯面通过要求其电场强度的位置，否则取这个曲面没有意义。

(3) 在需要求电场强度的那部分高斯面上，必须使得这个面上各点的电场强度的大小和方向都相同。

(4) 在不求电场强度的那部分高斯面上，取电场强度的方向与高斯面平行。

(5) 所取的高斯面通常取规则的表面，以便计算。

至此我们已经从作用力的角度刻划了电场，也就是电场强度的概念。并且应用电力线的图象给出了电场强度的几何分布，也就是电通量的概念，以及高斯定律。我们在牛顿力学的学习中知道还有一个极为重要的描述物理现象的角度，就是能量的角度。我们下面就讨论从能量的角度如何来刻划电场。

电场力的功。

从力学的角度出发，很自然我们首先考虑作用力作功所表征的能量变化过程。

回忆我们已经讨论过的电荷与电场的深刻关系，一个电荷受到另一个电荷的力的作用，实际上就可以

理解为这个电荷受到另一个电荷所激发的电场的作用。这个作用力可以由电荷所处电场中的位置的电场强度，以及这个电荷本身的电量大小决定。

然后电荷在这个作用力的作用下，必定会发生空间的移动，我们知道这就是电场在对这个电荷做功。也就是说电荷从电场获得了能量。

电场力做功的一个最重要的特点就是只与电荷的始末位置有关，而与电荷移动的路径无关。这个特点来源于电场力的保守性质，描述这个性质的就是所谓静电场环路定理：

$$\oint_{L} \mathbf{E} \, d\mathbf{L} = \oint_{s} E \, dl \cos\theta = 0$$

这个表达式的物理意义就是电场强度沿着电场中的任意闭合回路的环流都是0。

类似于重力场，静电场的这种保守性，使得我们可以定义电场中由位置决定的势能的概念。

电势。

在物理学中完全由位置决定的能量总是称为势能。我们知道电场就是一种对于电荷的作用力的空间分布，这种分布决定了当电荷的位置发生变化时，它的能量如何发生相应的变化。

电荷位置发生变化时所改变的能量称为电势能。根据定义可以知道电势能只和电荷在静电场中的位置以及电荷自身的电量有关，而从保守系统的观点看来，电场力对电荷做功，意味着电势能的减小，也就是电势能的增量为负，而电荷的电势能增大时，就意味着有外力克服电场力对电荷做功，这时电荷的电势能的增量为正。即

$$A_{ab} = q_0 \int_a^b \mathbf{E} \, d\mathbf{L} = - (W_b - W_a)$$

注意我们这里只是考虑电势能的增量，而没有考虑电势能的绝对大小，如果要考虑其绝对大小，就必须取定一个参考点，或者说零点。

习惯上，在静电场中对于有限的电荷分布，我们总是取无穷远处为零点，而在实际问题中是取大地为零点。这样一个电荷在一个电场中s点所具有的电势能的大小在物理意义上就等于电场力把这个电荷从s点移动到无穷远处所作的功。

我们必须强调一点，电势能作为一种势能，只能在一个系统的意义上加以考虑，也就是说，一个电荷的电势能并非这个电荷的独立性质，而是由这个电荷和它所处的电场的相互作用绝对的，因此电势能是属于电荷与电场所组成的保守系统的内部能量。

既然电势能描述了电场对于电荷作用的能量层面，那么如何从这里得到刻划电场本身的能量分布的概念呢？我们取一个一般的零点，就可以得到任意电荷在电场中任意位置的电势能的绝对度量，从电势能这个物理量中消除反映电荷本身属性的电量，就得到了决定电势能的反映电场本身属性的物理量，这就是电势的概念。写出来就是：

$$U_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{\infty} \mathbf{E} \, d\mathbf{L}$$

可以看到电势刻划了电场在a点处的能量属性，与这点上是否存在电荷没有关系。更与这点上存在的电荷的大小没有关系。不过在数值上，电场a点的电势等于单位正电荷所具有的电势能，也即等于电场力作用与单位正电荷，使得它从a点移动到无穷远处所作的功。

再一次强调一下，请同学们一定要注意电势能和电势在概念上的本质差异：电势能是针对一个具体的电荷与它所处的一个具体的电场而言的，电势能属于由电荷与电场所组成的整个系统，而不能单独说某个电荷的电势能。而电势则是在指定无穷远处为零点后，单独对于电场的一种刻划，尽管我们在电势的定义中使用了在电场中运动的电荷，但与这个电荷本身是没有关系的。

对于有限的带电体，我们在定义电势时是取无穷远处为零点，在实际问题中，我们常常取大地或金属

外壳为零点。

对于无穷大的带电体，就需要根据具体的问题作具体分析，恰当地取定零点，使得 U 为简单的形式，以方便实际计算。

尽管由于我们约定无穷远处为零点，从而得到电场的在能量方面的刻划，但在实用中我们往往只是考虑电场中有限位置之间的电势变化，这就得到了电势差的概念，也就是电压。

我们定义电场中两点之间电压为这两点的电势的差。可以看成电压衡量的是电场中两点之间电势的相对大小，从而与零点的选取没有关系，并且在数值上总是有电场力把单位正电荷从 a 点移动到 b 点所作的功等于电场中 a 点到 b 点的电压：

$$A_{ab} = q_0 (U_a - U_b) = q_0 U_{ab}$$

最后我们讨论一下电势的计算。

对于点电荷所激发的电场，其在点 a 处的电势的计算可以直接由库仑定律得到。

然后对于由多个电荷所激发的电场的电势可以根据电势的标量性质通过单电荷电场的电势进行叠加即可。

对于连续分布的电荷所激发的电场的电势则通过取微元法，再对电荷元积分即可。

计算电势有两种已知条件，一种是已知电场的电场强度的分布，另一种是已知电场的激发源—电荷的分布，分布应用电势的定义和叠加原理，通过积分即可求出。

电场强度与电势梯度的关系。

电场强度和电势分别是作用力的角度和能量的角度来刻划电场。这两者的关系可以通过电势梯度的概念来阐明。

我们首先从电场的电力线图象给出一个描述电场的势能分布的几何概念。定义电场中所有电势相等的点所组成的曲面为等势面，则

(1) 等势面必定与电力线处处正交，也就是说等势面上任意点的电场强度必定与等势面垂直，否则电场强度在等势面上就有一个分量，这就意味着电场力对在这点上的一个电荷会沿着这个分量方向产生一个作用力，从而使得这个电荷由于电场力作功而在等势面上移动，而这是与等势面的定义相矛盾的。

(2) 显然由等势面的定义可以直接得到电荷在等势面上移动时，电场力并不对电荷发生任何作用，也就是说不对电荷做功。只有在电荷所处的等势面发生变化时，才会有电场力对电荷做功，或者是有外力克服电场力作功。

(3) 如果我们按恒定的电压来画等势面，则会在直观上得到等势面密集的地方电场强度大，而等势面稀疏的地方电场强度小。

有了等势面的几何图象，我们就可以很容易地建立电势梯度的概念。从数学上讲就是一个标量场的梯度的概念。

显然，梯度的概念表明电场中任意点的电势梯度矢量的方向为该点电势增长最快的方向，也就是和该点电场强度相反的方向。大小为沿着这个方向的电势增长率，也就是该点电场强度的大小。

这个关系也就最终揭示了电场强度和电势的关系。

最后我们看到这个关系实际上也提供了另外一种非常方便的计算电场强度的方法，因为通过电势来求电场强度时，我们只需要对标量进行叠加，最后沿着正法线的方向取方向导数，即可得到电场强度的负值。

通过这一节的学习，我们应该认识到对于电场这样抽象的概念，完全可以通过建立一些直观的图象来把握，而且很多的刻划电场性质的物理概念也正是来源于我们对于电场的直观把握。因此即使是研究电场这样抽象的物理对象，应用图形来辅助思考仍然是非常有效的。希望同学们不要忽视在作题中画草图的重要性。

二、疑难。

1. 库仑定律成立的条件是什么？

[答]：首先应该说只有一个条件，即两个电荷必须相对静止，或者是可以应用到静止电荷对于运动电荷的作用的情况，而不能应用到运动电荷对于静止电荷或者是对于运动电荷的情况。

然后就是在真空中是成立的。在导体或介质中，则必须另外考虑由于导体或介质在电场的影响下，产生了感应电荷或者极化电荷，从而电场必须和新产生的电场叠加起来考虑，这时，仍然可以应用库仑定律，不过这时我们可以处理的问题是有限制的，即介质必须是均匀地充满整个空间。

再就是我们首先考虑的是点电荷，对于带电体，则必须在点电荷的作用的基础上，进行积分才能得到最终的相互作用力。